

УДК 53 + 550.34 + 551.21:517.938

© 1991 г.

А.И. МАЛЫШЕВ

## ДИНАМИКА САМОРАЗВИВАЮЩИХСЯ ПРОЦЕССОВ

Рассматриваются эмпирические закономерности динамики саморазвивающихся процессов. На примере физических, вулканических и сейсмоактивных систем показано, что динамика этих процессов описывается нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка. Делается вывод о том, что это уравнение может использоваться как критерий выявления опасности катастрофических событий, таких, как сильные землетрясения, извержения вулканов, горные удары и т.п.

DYNAMICS OF SELF-DEVELOPING PROCESSES, by Malyshev A.I. Empirical conformities with a law of dynamics of self-developing processes are considered. Physical, seismic and volcanic systems were used to show that dynamics of these processes is described by nonlinear differential equation of the second order. It is inferred that this equation may be used as criterion for estimating the hazards of such catastrophic events as large earthquakes, volcanic eruptions, mining blows, etc.

(Received January 19, 1989)

*Institute of Geophysics, Ural Division, USSR Academy of Sciences, Sverdlovsk, 620219, USSR*

Предлагаемая вниманию читателя работа представляет собой попытку выделения наиболее общих законов динамики саморазвивающихся процессов в материальных системах произвольной степени сложности. Знание этих законов имеет особое значение применительно к таким процессам, развитие которых по своим последствиям может оказаться для человека катастрофическим. В частности, если данная работа позволит приблизить момент создания методик прогноза таких событий, как разрушительные землетрясения, извержения вулканов, горные удары и т.п., автор будет считать цель, поставленную перед ней, достигнутой.

В дальнейшем под саморазвивающимся процессом будем понимать процесс, протекающий при отсутствии на него внешних воздействий. В этом смысле понятие «саморазвивающийся» оказывается более широким по сравнению с понятием «спонтанный». Если под спонтанным обычно понимается процесс, начавшийся сам собой без внешней причины, то саморазвивающийся процесс в общем случае может быть запущен и извне. Под системой будем понимать материальную среду, обуславливающую возникновение и развитие рассматриваемого процесса. Количественную характеристику, естественным образом отражающую развитие этого процесса с течением времени, будем называть параметром состояния системы.

Сделаем предположение, что динамика изменения параметра состояния системы  $x$  во времени  $t$  в случае саморазвивающихся процессов описывается уравнением

$$\frac{d^2x}{dt^2} = k \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 - v_0^2 \right]^\gamma,$$

в котором коэффициент  $k$ , показатель степени  $\gamma$  и скорость изменения параметра в стационарном состоянии  $v_0$  имеют постоянные значения. Рассмотрим некоторые частные случаи решения этого уравнения и примеры их проявления в развитии природных процессов. Пусть в момент времени  $t_1$  параметр состояния системы и скорость его изменения во времени принимают значения соответственно  $x_1$  и  $v_1$ .

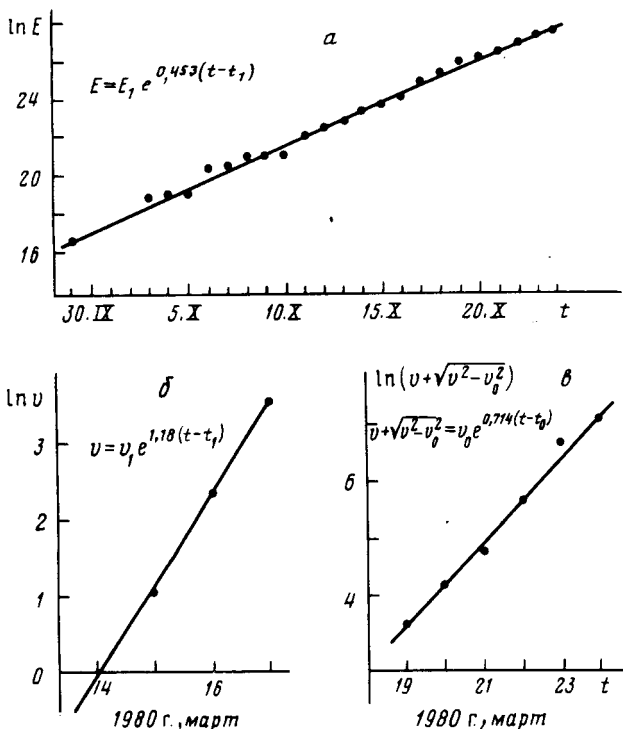


Рис. 1. Экспоненциальный тип саморазвивающихся процессов: а — в сейсмической подготовке извержения вулкана Безымянный, 1955 г.; б и в — в сейсмической подготовке извержения вулкана Сент-Хеленс, 1980 г. (условные обозначения см. в тексте)

$\gamma=0.5$ . Экспоненциальный тип саморазвивающихся процессов. При  $v_0 = 0$  дифференциальное уравнение (1) имеет следующие решения:  $v = v_1 e^{k(t-t_1)}$  — для зависимости скорости от времени;  $x - x_0 = (x_1 - x_0)e^{k(t-t_1)}$  — для зависимости параметра от времени;  $v = k(x - x_0)$  — для зависимости скорости изменения параметра от его значений. В этих выражениях равновесное значение параметра  $x_0 = x_1 - v/k$  соответствует его предельному значению при устремлении времени в бесконечность.

Этому частному случаю решения соответствует динамика таких хорошо известных процессов, как цепная ядерная реакция, лавинный разряд в газе при превышении напряженности электрического поля некоторого критического значения, явление свертлюминесценции при инверсном состоянии вещества в лазерах, химические взрывы и мн. др. Столь же хорошо известны примеры экспоненциального затухания саморазвивающихся процессов. Для примера можно привести закон распада радиоактивного вещества, разряд конденсатора, случай линейной релаксации термодинамических процессов и т.п.

Проявление экспоненциального типа саморазвивающихся процессов в более сложных системах можно продемонстрировать на примере вулканических систем. В ходе сейсмической подготовки перед началом извержения вулкана Безымянный в 1955 г. [11]<sup>1</sup> суммарная энергия землетрясений  $E$  нарастала по закону  $E = E_1 e^{0.453(t-t_1)}$  (рис. 1, а), где  $E_1$  — суммарная энергия землетрясений в момент времени  $t_1$ , а разность  $t-t_1$  выражена в сутках. Если в качестве  $t_1$  взять 21.X.1955 г., то  $E_1 = 3.4 \cdot 10^{11}$  эрг. Это соответствует решению уравнения (1) при  $\gamma = 0.5$ ,  $v_0 = 0$  и

<sup>1</sup>Автором обработаны литературные источники [2, 6, 7, 11—13] (см. ниже в тексте).

$k = 0,453 \text{ сут}^{-1}$ . Помимо этого в ходе рассматриваемого процесса наблюдался экспоненциальный рост числа землетрясений и их максимальной энергии.

В ходе сейсмической подготовки перед началом извержения вулкана Сент-Хеленс в 1980 г. [13] наблюдался экспоненциальный рост частоты землетрясений  $\nu$ , т.е. количества землетрясений в единицу времени. При этом выполнялась зависимость  $\nu = \nu_1 e^{1,18(t-t_1)}$  (рис. 1, б), где разность  $t - t_1$  выражена в сутках. Если в качестве  $t_1$  взять 17.III.1980 г., то  $\nu_1$  составит 34 землетрясения в 1 сут. Это соответствует рассматриваемому случаю решения уравнения (1) при  $k = 1,18 \text{ сут}^{-1}$ .

17—19. III частота землетрясений сохраняла постоянное значение;  $\nu = 34$  землетрясения в 1 сут. С 20. III процесс активизации системы вулкана Сент-Хеленс возобновился. При этом выполнялась зависимость

$$\nu + \sqrt{\nu^2 - \nu_0^2} = \nu_0 e^{0,714(t-t_0)}$$

(рис. 1, в), где  $\nu_0$  — частота землетрясений в момент времени  $t_0 = 19.\text{III}.1980$  г., а разность  $t - t_0$  выражена в сутках. Если учесть, что частота землетрясений соответствует скорости движения системы по взятому в качестве параметра суммарному количеству землетрясений  $N$ :  $\nu = dN/dt$ , то в данном случае нарастание частоты землетрясений происходило по закону

$$\frac{d^2 N}{dt^2} = 0,714 \left[ \left( \frac{dN}{dt} \right)^2 - 34^2 \right]^{0,5},$$

что соответствует частному случаю уравнения (1) при  $\gamma = 0,5$ ,  $k = 0,714 \text{ сут}^{-1}$  и  $\nu_0 = 34$  землетрясения в 1 сут.

Помимо этого наиболее известным и широко распространенным частным случаем проявления уравнения (1) является уравнение свободных колебаний под воздействием восстанавливающей силы  $m \frac{d^2 x}{dt^2} = -cx$ , где  $c$  — постоянный коэффициент. Легко показать, что это уравнение имеет общее семейство решений и связано тождественными преобразованиями с уравнением

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\sqrt{\frac{c}{m}} \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)_0^2 - \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 \right]^{0,5}, \text{ где } \left( \frac{dx}{dt} \right)_0 -$$

максимальное значение скорости движения системы. В свою очередь последнее уравнение представляет собой частный случай дифференциального

уравнения (1) при  $\gamma = 0,5$  и  $k = -\sqrt{\frac{c}{m}}$ .

При  $\gamma = 0,5$  и  $k = -\frac{1}{\sqrt{LC}}$  дифференциальное уравнение (1) описывает свободные колебания в колебательном контуре при отсутствии потерь

$$(R=0): \frac{d^2 U}{dt^2} = -\frac{1}{\sqrt{LC}} \left[ \left( \frac{dU}{dt} \right)_0^2 - \left( \frac{dU}{dt} \right)^2 \right]^{0,5}$$

для изменения напряжения  $U$  на обкладках конденсатора и

$$\frac{d^2 I}{dt^2} = -\frac{1}{\sqrt{LC}} \left[ \left( \frac{dI}{dt} \right)_0^2 - \left( \frac{dI}{dt} \right)^2 \right]^{0,5}$$

для изменения тока  $I$  в катушке индуктивности. Здесь  $L$  — величина индуктивности катушки,  $C$  — емкость конденсатора,  $R$  — сопротивление цепи,

$$\left(\frac{dI}{dt}\right)_0 \text{ и } \left(\frac{dU}{dt}\right)_0 \quad - \text{максимальные скорости изменения силы тока и нап-}$$

ряжения.

$0,5 < \gamma < 1$ . Гиперболический тип саморазвивающихся процессов. При  $v_0 = 0$  дифференциальное уравнение (1) имеет решения:  $v = [k(2\gamma - 1)(T_a - t)]^{-1/(2\gamma - 1)}$  — для зависимости скорости от времени;  $[2k(1 - \gamma)(x - x_0)]^{1/[2(1 - \gamma)]} = [k(2\gamma - 1)(T_a - t)]^{-1/(2\gamma - 1)}$  — для зависимости параметра от времени;  $v = [2k(1 - \gamma)(x - x_0)]^{1/[2(1 - \gamma)]}$  — для зависимости скорости изменения параметра от его значения. В этих выражениях  $T_a = t_1 + 1/[k(2\gamma - 1)v_1^{2\gamma - 1}]$  и  $x_0 = x_1 - v_1^{2(1 - \gamma)}/[2k(1 - \gamma)]$  соответствуют вертикальной и горизонтальной асимптотам зависимости значений параметра от времени.

Рассмотрим некоторые примеры проявлений гиперболического типа саморазвивающихся процессов. При детальном изучении деформационно-экструзивного процесса, предвалявшего извержения вулкана Безымянный в 1986 г., автор получил следующие эмпирические зависимости приращения объема постройки вулкана  $V$  ( $\text{м}^3$ ) от времени  $t$ : для извержения 25.VI  $V = 2,3 \cdot 10^6 / (T - t + 0,4)$  для извержения 17.XII  $V = 3,0 \cdot 10^6 / (T - t + 0,4)$ . Здесь  $T$  — момент времени, соответствующий извержению, а постоянная 0,4 и разность  $T - t$  выражены в сутках. Эти эмпирические зависимости соответствуют решению уравнения (1) при  $\gamma = 0,75$  и  $v_0 = 0$ . В обоих случаях  $T_a = T + 0,4$ , а коэффициент  $k^2$  имеет значения  $1,32 \cdot 10^{-3}$  для извержения 25.VI и  $1,15 \cdot 10^{-3}$  — для извержения 17.XII.

П.И. Токарев [3, 10] при изучении потока энергии землетрясений от вулкана Безымянный на сейсмостанции Ключи получил эмпирическую формулу для накопления условных деформаций  $E_K$ , позволившую предсказать ряд извержений вулкана:

$$E_K = \sum_{j=0}^K \sum_{i=1}^N \sqrt{E_{ij}} = a + b / (T - t_K + 6) \left( \text{эрг}^{0,5} \cdot \text{см}^{-1} \right),$$

где  $E_{ij}$  — поток энергии от одиночного землетрясения ( $\text{эрг} \cdot \text{см}^{-2}$ ),  $j = 0, 1, \dots, K$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $N$  — число землетрясений в течение каждого дня;  $K$  — число дней, за которые ведется расчет, от момента первого землетрясения данного цикла активности, а момент времени  $T$  соответствует извержению. Было установлено, что коэффициент  $b$  одинаков для всех извержений и равен 335, а коэффициент  $a$  для разных циклов имеет различные значения.

В данном случае постоянный для каждого цикла коэффициент  $a$  появляется за счет потока энергии землетрясений ниже порога чувствительности аппаратуры и землетрясений, превышающих этот предел, но не отождествленных с данным циклом активности. Рассматриваемая эмпирическая зависимость также соответствует решению уравнения (1) при  $\gamma = 0,75$ ,  $v_0 = 0$ ,  $k = 4/\sqrt{b} = 0,220$  и  $T_a = T + 6$ .

В ходе сейсмической подготовки извержения вулкана Шивелуч 11.XI.1964 г. [12] для нарастания суммарной энергии землетрясений выполнялась зависимость  $E = 3,4 \cdot 10^{11} (T - t + 0,3)^{-2,31}$  (рис. 2, в), где  $E$  — суммарная энергия землетрясений ( $\text{эрг}$ ), произошедших к моменту времени  $t$ ,  $T$  — момент извержения, постоянная 0,3 и разность  $T - t$  выражены в сутках. Рассматриваемая зависимость представляет собой частный случай решения уравнения (1) при  $\gamma = 0,65$ ,  $v_0 = 0$ ,  $k = 8,5 \cdot 10^{-4}$  и  $T_a = T + 0,3$ .

<sup>2</sup>Значения коэффициента  $k$  приводятся с учетом того, что его размерность  $[k]$  связана с размерностью параметра  $[x]$  и размерностью времени  $[t]$  соотношением  $[k] = [t]^{2(\gamma - 1)} \cdot [x]^{1 - 2\gamma}$ .

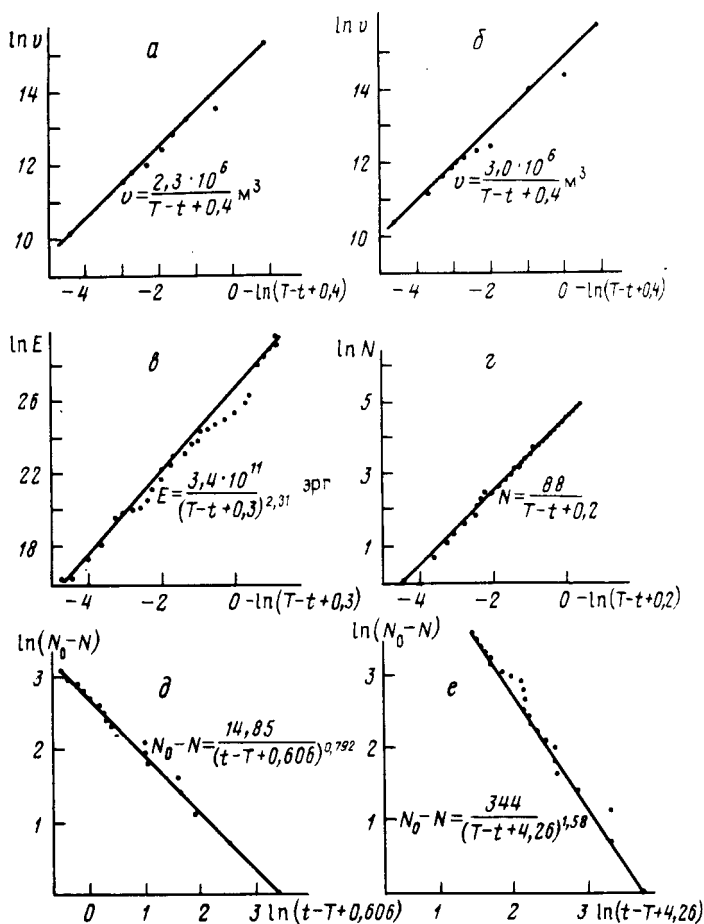


Рис. 2. Гиперболический тип саморазвивающихся процессов: в деформационно-экструзивном процессе подготовки извержения вулкана Безымянный 25.VI (а) и 17.XII (б) 1986 г.; в процессе сейсмической подготовки извержения вулкана Шивелуч 11.XI. 1964 г. (в) и вулкана Безымянный 28.III. 1959 г. (г); в афтершоковых последовательностях Крымского (д) и Камчатского (е) землетрясений (условные обозначения см. в тексте)

В ходе сейсмической подготовки извержения вулкана Безымянный 28.III.1958 г. [12] наблюдалась зависимость  $N = 88(T - t + 0,2)^{-1}$  (рис. 2, г), где  $N$  — число землетрясений, отмеченных к моменту времени  $t$ ,  $T$  — момент извержения, постоянная 0,2 и разность  $T - t$  выражены в сутках. Эта зависимость соответствует решению уравнения (1) при  $\gamma = 0,75$ ,  $v_0 = 0$ ,  $k = 0,21$  и  $T_a = T + 0,2$ .

При исследовании землетрясения 1966 г. у оз. Кремаста ( $M = 6,2$ ) в Греции была получена эмпирическая формула [4, 7] для числа форшоков  $n$  на  $t$ -й день после начала их последовательности  $n(t) = 4736 \cdot (159 - t)^{-1,99}$  при  $t \leq 154$  или, что то же самое,  $n(t) = 4736 \cdot (T - t + 5)^{-1,99}$  при  $T - t \geq 0$ . Для землетрясения у оз. Кариба в 1963 г. ( $M = 6,1$ ) в Замбии — Родезии  $n(t) = 125380 \cdot (T - t + 30)^{-2,60}$  при  $T - t \geq 0$ . Для землетрясений на плотине Койна в 1967 г. в Индии 13.IX ( $M = 5,0$ )  $n(t) = 364 \cdot (T - t + 7)^{-1,63}$  при  $T - t \geq 0$ , 10.XII ( $M = 6,4$ )  $n(t) = 537 \cdot (T - t + 7)^{-1,53}$  при  $T - t \geq 0$ .

В приведенных зависимостях количество форшоков  $n$  на  $t$ -й день после начала их последовательности соответствует частоте форшоков, которую в первом приближении можно рассматривать как производную суммарного количества форшоковых толчков  $N$  по времени:  $n = \frac{dN}{dt}$ . Эти случаи соответствуют решению

уравнения (1) по взятому в качестве параметра суммарному количеству форшоковых толчков. При этом для землетрясения у оз. Кремаста  $\gamma = 0,751$ ,  $v_0 = 0$ ,  $k = 2,83 \cdot 10^{-2}$  и  $T_a = T + 5$ ; для оз. Кариба  $\gamma = 0,692$ ,  $v_0 = 0$ ,  $k = 2,84 \cdot 10^{-2}$  и  $T_a = T + 30$ ; для землетрясений на плотине Койна 13.IX —  $\gamma = 0,807$ ,  $v_0 = 0$ ,  $k = 4,37 \cdot 10^{-2}$  и  $T_a = T + 7$ ; 10.XII —  $\gamma = 0,827$ ,  $v_0 = 0$ ,  $k = 2,51 \cdot 10^{-2}$  и  $T_a = T + 7$ .

В афтершоковой последовательности Крымского землетрясения 11.IX.1927 г. ( $M=6,8$ ) до 12.X.1927 г. выполнялась зависимость [6]  $N_0 - N = 14,85 \cdot (t - T + 0,606)^{-0,792}$  (см. рис. 2, д), где  $N$  — суммарное количество толчков с  $M \geq 3,5$  к моменту времени  $t$ ,  $T$  — момент времени Крымского землетрясения,  $N_0$  — суммарное количество афтершоковых толчков к 12.X.1927 г., постоянная 0,606 и разность  $t - T$  выражены в сутках. Этой зависимости соответствует решение дифференциального уравнения (1) при  $\gamma = 0,779$ ,  $v_0 = 0$ ,  $k = -0,45$  и  $T_a = T - 0,606$ .

В афтершоковой последовательности Камчатского землетрясения 4.XI.1958 г. ( $M = 8,5$ ) до 18.XII наблюдалась зависимость [7] для количества афтершоков  $N$  ( $M \geq 5,9$ ), произошедших к моменту времени  $t$ :  $N_0 - N = 344 \cdot (t - T + 4,26)^{-1,58}$ . Этой зависимости соответствует решение уравнения (1) при  $\gamma = 0,694$ ,  $v_0 = 0$ ,  $k = 0,224$  и  $T_a = T - 4,26$ .

Аналогичные закономерности наблюдаются и для некоторых астрофизических систем. Так, например, наблюдающаяся спектральная эволюция Кассиопеи-А [12] находит объяснение в предположении  $\frac{dE}{dt} = \text{const } E^\delta$ , где  $E$  — энергия релятивистских частиц, а  $\delta > 2$ . Этому случаю соответствуют решения уравнения (1) при  $0,75 < \gamma < 1$  и  $v_0 = 0$ . Статистический анализ большого количества пульсаров [12] приводит к эмпирической зависимости  $\frac{d\Omega}{dt} = \text{const } \Omega^{3,4}$ , где  $\Omega$  — угловая скорость вращения пульсара. Это соответствует решению уравнения (1) при  $\gamma = 0,85$  и  $v_0 = 0$ . У пульсара NP 0532, для которого  $\Omega$  и  $\frac{d\Omega}{dt}$  исследованы особенно тщательно, эта зависимость имеет вид  $\frac{d\Omega}{dt} = \text{const } \Omega^{2,7}$ , что соответствует решению уравнения (1) при  $\gamma = 0,82$  и  $v_0 = 0$ .

После вспышки Новой Лебеда в 1975 г. [2] ее светимость  $I$  (лк) уменьшалась так, что освещенность поверхности земли в спектральном диапазоне  $V$  менялась по закону  $I = 1,4 \cdot 10^{-7} \cdot (t - T + 0,6)^{-1,389}$  (рис. 3), где  $T$  — момент времени наблюдения максимальной освещенности поверхности земли, постоянная 0,6 и разность  $t - T$  выражены в сутках. Это соответствует решению уравнения (1) при  $\gamma = 0,709$ ,  $v_0 = 0$ ,  $k = 1,54 \cdot 10^3$  и  $T_a = T - 0,6$ .

$\gamma = 1$ . Логарифмический тип саморазвивающихся процессов. При  $\gamma = 1$  и  $v = 0$  дифференциальное уравнение (1) имеет следующие решения:  $v = \frac{1}{k(T_a - t)}$  — для зависимости скорости от времени;  $x - x_1 = \frac{1}{k} \ln |T_a - t_1| - \frac{1}{k} \ln |T_a - t|$  — для зависимости параметра от времени;  $v = v_1 e^{k(x - x_1)}$  — для зависимости скорости изменения параметра от его значений. В этих выражениях  $T_a = t_1 + \frac{1}{kv_1}$  соответствует вертикальной асимптоте зависимостей параметра и скорости его изменения от времени.

Приведем некоторые примеры логарифмического типа саморазвивающихся процессов. Классическим случаем динамического разрушения является эмпирически установленная зависимость скорости  $\frac{dx}{dt}$  развития хрупкой трещины в инерционно расширяющемся кольце  $\frac{dx}{dt} \sim e^x$ , что соответствует рассматриваемому случаю решения уравнения (1) при  $\gamma = 1$ .

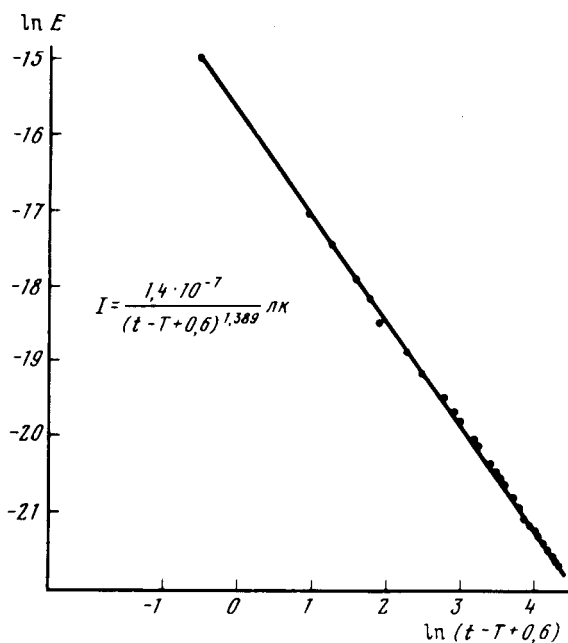


Рис. 3. Изменение освещенности Земли от Новой Лебеда 1975 г. (гиперболический тип саморазвивающихся процессов)

В Японии Омори предложил для частоты афтершоков формулу (приводится, по Ч.Ф. Рихтеру [8], с некоторыми изменениями обозначений):  $n(1+Bt) = A$ , где  $n$  — частота афтершоков в течение выбранного интервала времени, середина которого приходится на момент  $t$  после возникновения главного толчка, а  $A$  и  $B$  — постоянные, выбираемые так, чтобы удовлетворить имеющимся данным.

В этом случае  $n$  соответствует частоте афтершоков, т.е. скорости изменения во времени, взятого в качестве параметра суммарного количества афтершоковых толчков  $N$ :  $n = dN/dt$ , а момент времени  $t$  в формуле Омори представляет собой разность  $t - T$  между временем главного толчка  $T$  и временем наблюдения  $t$ . С учетом вышесказанного формула Омори принимает вид  $dN/dt = 1 / \frac{B}{A} (t - T + \frac{1}{B})$ , что соответствует рассматриваемому случаю решения уравнения (1) при  $\gamma = 1$ ,  $u_0 = 0$ ,  $k = -B/A$  и  $T_a = T - 1/B$ . При этом значение константы  $A$  соответствует максимальной частоте афтершоковых толчков при  $t = T$ .

В афтершоковой последовательности Крымского землетрясения после 12.X.1927 г. выполнялась зависимость [6]:  $N_0 - N = 62 - 6,36 \cdot \ln(t - T)$  (рис. 4, а), где  $N$  — количество афтершоковых толчков с  $M \geq 3,5$  к моменту времени  $t$ ,  $T$  — время Крымского землетрясения (11.IX.1927 г.),  $N_0$  — количество толчков с  $M \geq 3,5$  из эпицентральной зоны афтершоков Крымского землетрясения к 1968 г., а разность  $t - T$  выражена в сутках. Эта зависимость соответствует рассматриваемому случаю решения уравнения (1) при  $\gamma = 1$ ,  $u_0 = 0$ ,  $k = -0,157$  и  $T_a \approx T$ .

Аналогичная зависимость выполнялась и для афтершоковой последовательности Камчатского землетрясения 4.XI.1952 г. после 18.XII.1952 г. [6]:  $N_0 - N = 137 - 18 \cdot \ln(t - T)$  (см. рис. 4, б), где  $N$  — количество афтершоковых толчков с  $M \geq 5,9$  к моменту времени  $t$ ,  $N_0$  — количество афтершоковых толчков к июню 1958 г.,  $T$  — момент времени Камчатского землетрясения, а разность  $t - T$  выражена в сутках. Эта зависимость соответствует рассматриваемому случаю решения уравнения (1) при  $\gamma = 1$ ,  $u_0 = 0$ ,  $k = -5,57 \cdot 10^{-2}$  и  $T_a \approx T$ .

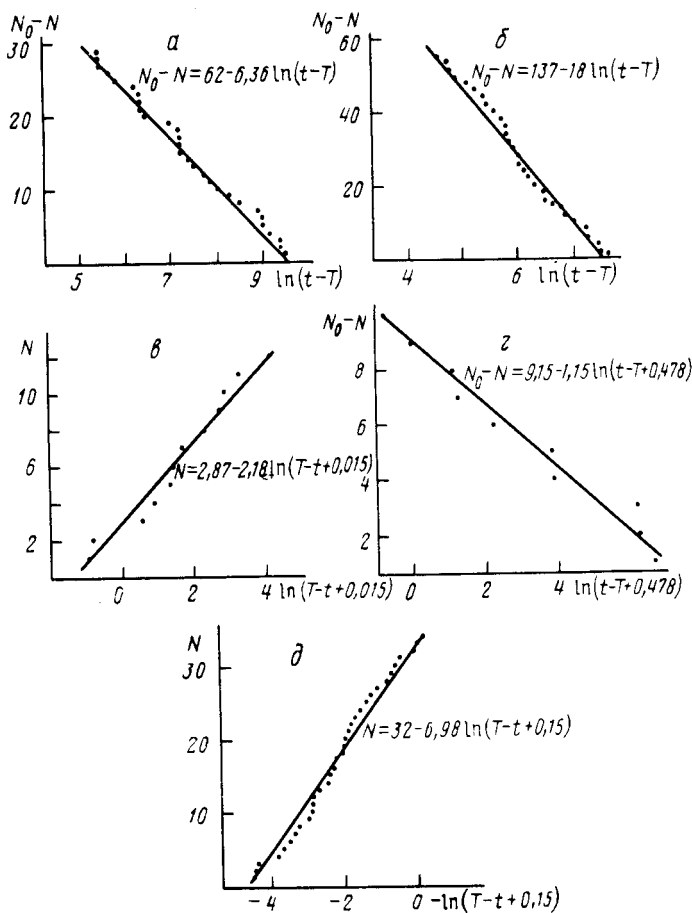


Рис. 4. Логарифмический тип саморазвивающихся процессов: в афтершоковых последовательностях Крымского (а) и Камчатского (б) землетрясений; в форшок-афтершоковой последовательности Хаитского землетрясения (в, г); в ходе сейсмической подготовки извержения вулкана Безымянный 13. II. 1958 г. (д) (условные обозначения см. в тексте)

В форшок-афтершоковой последовательности Хаитского землетрясения ( $M = 7,4$ ) в Средней Азии до 16 час. 24 мин. 10. VII. 1949 г. (момент времени  $T$ ) количество толчков с  $M \geq 5,0$  [6] возрастало в соответствии с зависимостью  $N = 2,87 - 2,18 \cdot \ln(T - t + 0,015)$  (см. рис. 4, в), где постоянная 0,015 и разность  $T - t$  выражены в сутках. Эта зависимость соответствует решению уравнения (1) при  $\gamma = 1$ ,  $\nu_0 = 0$ ,  $k = 0,459$  и  $T_a = T + 0,015$ . После момента времени  $T$  уменьшение сейсмической активности аппроксимируется зависимостью  $N_0 - N = 9,15 - 1,15 \cdot \ln(t - T + 0,478)$  (см. рис. 4, г), где  $N$  — количество толчков с  $M \geq 5,0$  к моменту времени  $t$ ,  $N_0$  — количество толчков спустя 2,5 года после Хаитского землетрясения, постоянная 0,478 и разность  $t - T$  выражены в сутках. Это соответствует решению уравнения (1) при  $\gamma = 1$ ,  $\nu_0 = 0$ ,  $k = -0,87$  и  $T_a = T - 0,478$ .

В ходе сейсмической подготовки извержения вулкана Безымянный 13. II. 1958 г. [11] для количества предшествовавших извержению землетрясений выполнялась зависимость:  $N = 32 - 6,96 \cdot \ln(T - t + 0,15)$  (см. рис. 4, д), где  $N$  — количество землетрясений к моменту времени  $t$ ,  $T$  — момент времени извержения, а постоянная 0,15 и разность  $T - t$  выражены в сутках. Эта зависимость представляет собой частный случай решения уравнения (1) при  $\gamma = 1$ ,  $\nu_0 = 0$ ,  $k = 0,143$  и  $T_a = T + 0,15$ .



$\gamma > 1$ . При  $\gamma > 1$  и  $v_0 = 0$  дифференциальное уравнение (1) имеет следующие решения:  $v = [k(2\gamma - 1) \times (T_a - t)]^{-1/(2\gamma - 1)}$  — для зависимости скорости от времени;  $[2k(\gamma - 1)(X_a - x)]^{1/(2\gamma - 1)} = [k(2\gamma - 1)(T_a - t)]^{1/(2\gamma - 1)}$  — для зависимости параметра от времени;  $v = [2k(\gamma - 1)(X_a - x)]^{-1/(2\gamma - 1)}$  — для зависимости скорости изменения параметра от его значений. В этих выражениях  $X_a = x_1 + 1/[2k(\gamma - 1)v_1^{2(\gamma - 1)}]$  и  $T_a = t_1 + 1/[k(2\gamma - 1)v_1^{2\gamma - 1}]$  — вертикальные асимптоты зависимостей скорости изменения

параметра соответственно от его значений и времени. В рассматриваемом случае саморазвивающийся процесс ограничен сверху как во времени значением  $T_a$ , так и по изменению параметра значением  $X_a$ . Этот, казалось бы, экзотический тип саморазвивающихся процессов имеет очень широкое распространение в движении простейших, механических систем.

Для движения материальной точки в потенциальных полях хорошо известны следующие зависимости:

$$ma = \frac{1}{GMm} \left( \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \right)^2 \quad \text{— для гравитационного поля;}$$

$$ma = \frac{-1}{AQq} \left( \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \right)^2 \quad \text{— для электрического поля;}$$

$$ma = \frac{-1}{BM\mu} \left( \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \right)^2 \quad \text{— для магнитного поля.}$$

В этих выражениях  $A$  и  $B$  коэффициенты в законе Кулона соответственно для электрического и магнитного взаимодействий;  $G$  — гравитационная постоянная;  $M$ ,  $Q$  и  $\mu$  — масса, электрический и магнитный заряды материальной точки, создающей поле;  $q$  и  $\mu$  — электрический и магнитный заряды материальной точки с массой  $m$ ;  $v_0$  — ее скорость на бесконечно большом расстоянии от источника поля.

Если движение материальной точки  $m$  прямолинейно, то ее положение определяется одной координатой  $x$  и рассматриваемые зависимости приводят к дифференциальному уравнению (1) при  $\gamma = 2$  и коэффициентах  $k = \frac{1}{4GM}$  — для гравитационного,  $k = -m/4AQq$  — для электрического и  $k = -m/4BM\mu$  — для магнитного взаимодействий. При  $v_0 = 0$  соответствующие дифференциальные уравнения для выхода материальной точки из состояния неустойчивого равновесия на бесконечно большом расстоянии от источника поля имеют решения, приведенные в начале рассмотрения данного частного случая динамики саморазвивающихся процессов. При этом предел изменения параметра  $X_a$  соответствует координате материальной точки, создающей поле.

Приведенные примеры позволяют на правах гипотезы рассматривать дифференциальное уравнение (1) в качестве проявления одного из наиболее общих законов движения в природе — закона динамики саморазвивающихся процессов. Гипотетичность этого утверждения определяется тем, что в настоящее время реально существующие закономерности изучены явно недостаточно. Поэтому основное значение уравнения (1) в настоящее время заключается в том, что оно позволяет значительно облегчить поиск этих закономерностей.

Применение уравнения (1) к процессам подготовки таких катастрофических событий, как сильные землетрясения, извержения вулканов, катастрофы в горном

деле (выбросы соли, угля, прорывы грунтовых вод, горные удары) дает критерий выявления опасности указанных событий. Определение соответствующих процессу активизации системы по данному параметру значений  $\gamma$ ,  $k$  и  $v_0$  позволяет рассчитать, в какой момент времени  $t_k$  процесс может достичь уровня, представляющего опасность для человека. Достигнет процесс этого уровня или нет — зависит только от того, сохранится ли выявленная закономерность активизации системы к моменту времени  $t_k$ . Благодаря наличию этого дополнительного условия выявление опасности катастрофического события не является равнозначным его прогнозу.

И тем не менее закономерности активизации систем могут успешно использоваться для прогноза. Так, качественный подход к процессу подготовки извержений вулкана Безымянный как саморазвивающемуся процессу в соответствии с уравнением (1) позволил автору предсказать уникальное извержение этого вулкана 29.VI — 1.VII.1985 г. [1, 5] за 5 дней до его начала. Отработка количественной методики прогноза на процессе подготовки извержения 24.VI.1986 г. позволила предсказать следующее извержение, произошедшее 17.XII.1986 г., за 8 дней. Во всех случаях в качестве параметра, характеризующего активизацию вулкана, использовалось приращение объема его постройки в ходе деформационно-экструзивного процесса, предварявшего эксплозивно-эффузивную кульминацию извержений.

Эффективность применения выявленной закономерности для прогноза извержений вулкана Безымянный можно продемонстрировать на следующем примере. В ходе аэрофотограмметрического изучения вулкана 3.X.1979 г. был выявлен выжимающийся блок размером  $58 \times 100$  м при высоте 23 м [9]. Фактический объем блока при таких размерах не может быть больше  $2,4 \cdot 10^5$  м<sup>3</sup>. С другой стороны, исходя из морфологии подобных образований вулкана, объем блока не может быть меньше  $1,2 \cdot 10^5$  м<sup>3</sup>. В предположении, что ожидается рядовое извержение вулкана, аналогичное извержениям 1986 г., используем эмпирически установленные закономерности процесса подготовки этих извержений:  $\gamma = 0,75$ ,  $k = 1,235 \cdot 10^{-3}$ ,  $v_0 = 0$  и  $T_a = T + 0,4$ .

Этому случаю соответствует зависимость времени до извержения  $T - t$  (сут) от объема приращения постройки вулкана  $V$  (м<sup>3</sup>):  $T - t = \frac{2,65 \cdot 10^6}{V} - 0,4$ . Непосредственная подстановка в эту зависимость соответствующих граничных значений объема выжатого блока показывает, что извержение может произойти не раньше чем через 10 дней и не позднее чем через 21 день. Фактически извержение произошло через 15 дней, а именно 18.X.1979 г. Более подробно возможности использования уравнения (1) для выявления опасности катастрофических событий можно продемонстрировать на примере анализа современного состояния вулкана Ключевской (Камчатка).

После завершения данной работы автор получил возможность ознакомиться с работой Б. Войта [14]. В этой работе Б. Войт основывается на предположении, что все проявления активности вулкана (деформации, рои землетрясений, усиление газовой активности и т.д.) в конечном итоге связаны с процессом разрушения твердого материала, которое описывается уравнением  $\Omega^{-\alpha} \dot{\Omega} - A = 0$ , где  $\Omega$  — измеряемая величина такая, как напряжение, а  $A$  и  $\alpha$  — эмпирические константы. Это уравнение соответствует уравнению (1), если положить  $v_0 = 0$  и переобозначить  $x = \Omega$ ,  $k = A$  и  $2\gamma = \alpha$ . Выше приведено достаточное количество примеров, позволяющее распространить уравнение Б. Войта на саморазвивающиеся процессы в любых системах при условии  $v_0 = 0$ .

Значение входящей в уравнение (1) и отсутствующей в уравнении Б. Войта скорости изменения параметра  $x$  в стационарном состоянии  $v_0 = \left( \frac{dx}{dt} \right)_0$

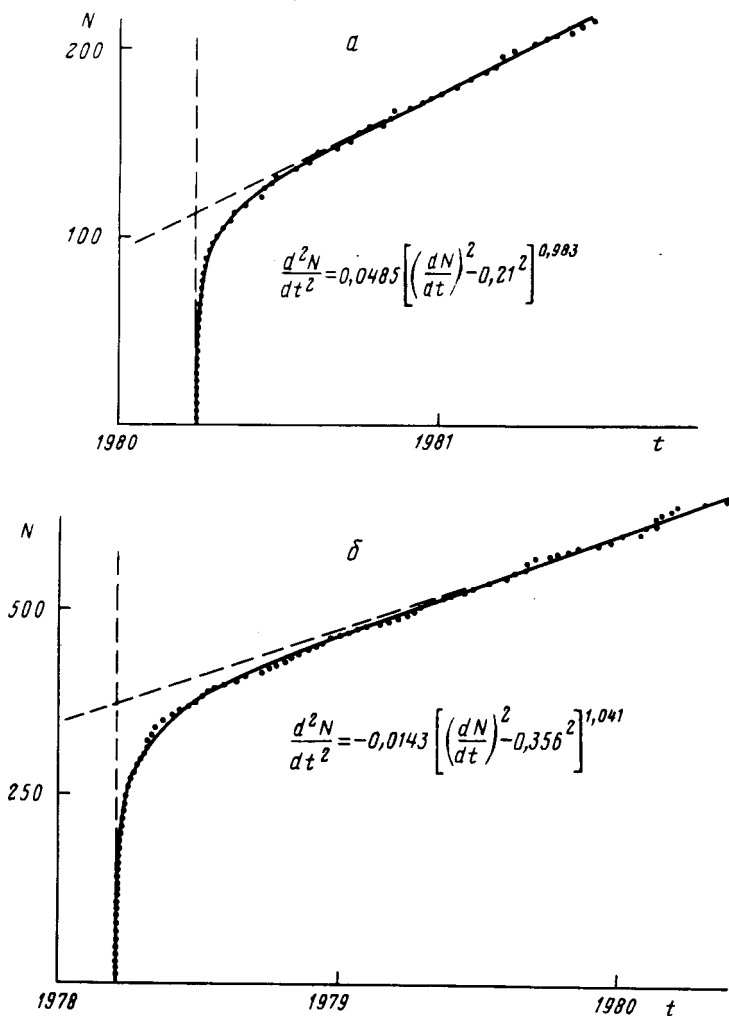


Рис. 5. Зависимость количества толчков  $NK \geq 9,0$  от времени в афтершоковых последовательностях землетрясений 23.ІІ. 1980 г. (а) и 24.ІІІ. 1978 г. (б). Точками указаны фактические значения  $N$ , сплошные линии соответствуют расчетным зависимостям, пунктирные — вертикальным и наклонным асимптотам процессов

можно продемонстрировать на примере сейсмоактивных систем<sup>3</sup>. Так, для афтершоковой последовательности землетрясения 23.ІІ.1980 г. ( $M = 7,1$ ) частота

землетрясений в стационарном состоянии  $\left(\frac{dN}{dt}\right)_0$  отлична от нуля и

имеет значение 0,21 землетрясения в 1 сут при  $\gamma = 0,983$  и  $k = 0,0485$  (рис. 5, а). Для

афтершоковой последовательности землетрясения 24.ІІІ.1978 г. ( $M = 8,0$ )  $\left(\frac{dN}{dt}\right)_0 =$

$= 0,356$  землетрясений в 1 сут,  $\gamma = 1,041$  и  $k = -0,0143$  (рис. 5, б). В

<sup>3</sup>Используются предварительные результаты совместной работы автора и И.Н. Тихонова по выявлению закономерностей форшок-афтершоковых последовательностей в районе о-ва Сахалин и Курильских островов.

этих примерах в качестве параметра взято суммарное количество афтершоковых толчков  $N$  ( $K \geq 9,0$ ), а значения коэффициента  $k$  приведены при условии размерности времени  $[t] = 1$  сут.

Как можно видеть, отличие от нуля в уравнении (1) скорости изменения параметра в стационарном состоянии при условии  $v_0^2 < v^2$  приводит к появлению наклонной асимптоты в зависимости рассматриваемого параметра от времени с тангенсом угла наклона, равным  $v_0$ . Если уравнение (1) описывает динамику саморазвивающихся процессов в стационарном состоянии и его окрестностях, то уравнение Б. Войта можно рассматривать как частный случай уравнения (1), описывающий динамику саморазвивающихся процессов в окрестностях состояния равновесия системы по данному параметру  $\Omega$  и примененный к конкретным процессам разрушения материалов и активизации вулканических систем. Таким образом, уравнение Б. Войта представляет еще одно подтверждение правомерности выдвинутой гипотезы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алидибиров М.А., Богоявленская Г.Е., Кирсанов И.Т. и др. Извержение вулкана Безымянный в 1985 г. // Вулканология и сейсмология. 1988. № 6. С. 3—17.
2. Архипова В.П., Зайцева Г.В. Кривая блеска Новой Лебедя 1975 г. ( $V 1500$  Суд) // Письма в Астроном. журн. 1976. Т. 2. № 2. С. 91—94.
3. Горшков Г.С., Богоявленская Г.Е. Вулкан Безымянный и особенности его последнего извержения 1955—1963 гг. М.: Наука, 1965. 170 с.
4. Гупта Х.К., Растиги Б.К. Плотины и землетрясения // М.: Мир, 1979. 252 с.
5. Малышев А.И., Семенов И.В. Образование аккреционных лапилли при извержении вулкана Безымянного летом 1985 г. // Ежегодник 1985. Свердловск: Институт геологии и геохимии, 1986. С. 54—57.
6. Новый каталог сильных землетрясений на территории СССР с древнейших времен до 1975 г. М.: Наука, 1977. 535 с.
7. Рикитакэ Т. Предсказание землетрясений. М.: Мир, 1979. 388 с.
8. Рихтер Ч.Ф. Элементарная сейсмология. М.: Иностран. лит., 1963. 670 с.
9. Селезнев Б.В., Двигало В.Н., Гусев Н.А. Развитие вулкана Безымянного по данным стереофотограмметрической обработки материалов аэрофотосъемок 1950, 1967 и 1976—1981 гг. // Вулканология и сейсмология. 1983. № 1. С. 52—64.
10. Токарев П.И. Энергетическая оценка силы землетрясений вулкана Безымянного // Бюл. вулканолог. станций. 1961. № 31.
11. Токарев П.И. Вулканические землетрясения Камчатки. М.: Наука, 1981. 164 с.
12. Шкловский И.С. Сверхновые звезды. М.: Наука, 1976. 440 с.
13. The 1980 eruptions of Mount St. Helens, Washington. U.S. Geol. Surv. Profess. Paper 1250, 1981. 844 p.
14. Voight B. A method for prediction of volcanic eruptions // Nature. 1988. V. 32. P. 125—130.

Институт геофизики  
УрО АН СССР,  
Свердловск

Поступила в редакцию  
19.01.1989